

Яндекс Образование
Курс по олимпиадному программированию
Параллель А'

25.07.2023

Содержание

1	Корневые	3
2	Структуры данных 1	3
3	Геометрия #1	4
4	Структуры данных #2	4
5	Оптимизации ДП	5
6	LCA, RMQ	5
7	STL	5
8	Строки #1 Ахо-Корасик	7
9	Графы #1	7
10	Математика #1	8
11	Строки #2	9
12	Центроиды	9
13	Развлекательный констест	10
14	Зачет	10
15	Тур	10
16	Графы #2	10

17 Игры	10
18 Структуры данных #4	11
19 Математика #2	11
20 Геометрия #2	12
21 БПФ	12
22 Интерактивки	12
23 Потoki #2	12
24 Строки #3	13
25 Матроиды	13
26 Структуры данных #5	13
27 Математика #3	13
28 Паросочетания	14
29 Зачет	14

1 Корневые

1. Нахождение количества треугольников в графе за $O(E\sqrt{E})$.
2. Корневая для задачи dynamic records.
3. Корневая в задачах на строки: разбиение строк на короткие и длинные.
4. Корневая на графах: тяжелые и легкие вершины.
5. Алгоритм Mo.
6. Алгоритм Mo на дереве (эйлеровом обходе).
7. Алгоритм Mo + корневая как структура для Mo.
8. 3D Mo.
9. Корневая декомпозиция по запросам.

2 Структуры данных 1

1. Дерево отрезков с операцией изменения в точке.
2. Дерево отрезков с групповыми операциями.
3. Дерево отрезков: поиск подотрезка с максимальной суммой.
4. Дерево отрезков: применения НВП, Дейкстра, Хеши, ДП
5. Сканлайн. Просто.
Задача о нахождении длины объединения отрезков.
Задача о выборе максимального количества непересекающихся отрезков.
6. Сканлайн. Средне.
Задача о нахождении суммы в прямоугольнике.
Задача о поиске точки, покрытой максимальным количеством прямоугольников.
Задача о поиске площади объединения прямоугольников.
Задача о поиске количества различных на отрезке.
7. Сжатое (неявное, динамическое) дерево отрезков.

3 Геометрия #1

1. Структура вектор.
2. Скалярное и векторное (псевдоскалярное) произведения.
3. Площадь многоугольника.
4. Расстояние от точки до прямой.
5. Проекция точки на прямую.
6. Общее уравнение прямой. Переход от него к двум точкам и наоборот. Вектор нормали.
7. Пересечение прямых.
8. Пересечение прямой и окружности.
9. Пересечение двух окружностей.
10. Поиск касательных к окружности.
11. Проверка на принадлежность точки многоугольнику за $O(n)$. Два способа: сумма углов и луч.
12. Алгоритм Джарвиса.
13. Алгоритм Грэхема.
14. Локализация точки в выпуклом многоугольнике за $O(\log n)$ на запрос.
15. Поиск касательных из точки к выпуклому многоугольнику за $O(\log n)$ на запрос.
16. Пересечение прямой с выпуклым многоугольником за $O(\log n)$ на запрос.

4 Структуры данных #2

1. Декартово дерево, декартово дерево по неявному ключу.
2. Двумерное дерево отрезков.
3. Merge-sort tree.
4. Дерево Фенвика.
5. Многомерное дерево Фенвика.
6. ДО + Фенвики.
7. Фенвики + Фенвики ("сжатые").

5 Оптимизации ДП

1. Оптимизация разделяй-и-властвуй.
2. Оптимизация Кнута.
3. Convex hull trick.
4. Convex hull trick в дереве отрезков.
5. Дерево Li Chao.

6 LCA, RMQ

1. Sparse Table.
2. Sparse Table: построение за $O(n \log \log n)$;
построение за $O(n \log * n)$ и ответ на запрос за $O(\log n)$.
3. Disjoint Sparse Table.
4. Очередь на двух стеках.
5. Минимум на окне: два стека или дек
6. Минимум оффлайн: идея с деком + СММ
7. Алгоритм Фараха-Колтона и Бендера (RMQ ± 1). RMQ \rightarrow LCA.
8. LCA \rightarrow RMQ ± 1 . Поиск LCA с помощью Sparse Table.
9. Двоичные подъемы:
 - a) Аналогия с бинарным поиском.
 - b) Задача LA.
 - c) Задача LCA.
10. Ladder decomposition и k -th ancestor. Построение за $O(n \log n)$, ответ на запрос за $O(1)$.

7 STL

1. `ios :: sync_with_stdio(false);`
`cin.tie(nullptr);`
`cout.tie(nullptr);`
2. `cppreference`
3. `scanf printf setprecision` для отформатированного вывода

4. Работа с файлами:
freopen
ifstream, ofstream
Бонус: stringstream
5. *gcd(C++17 - gcd, lcm)*
min_element, max_element, nth_element
merge, sort, stable_sort
fill, copy, (C : memset, memcpy)
reverse, rotate
unique
lower_bound, upper_bound, binary_search
next_permutation, prev_permutation
partial_sum
6. *pb_ds : ordered_set, gp_hash_table*, быстрый *priority_queue*
7. Лямбда-функции.
8. Компараторы-функторы.
9. range-based for
Structured binding declaration
10. *#pragma*
11. define ifdef
12. *priority_queue::set*
13. *initializer_list*
14. swap, его время работы на стандартных контейнерах (O(1))
15. *mt19937, mt19937_64*
random_device
shuffle
16. templates, template specialization
17. Классы, наследование, виртуальные функции
18. AVX
19. Написание стресс-тестов с помощью python
Написание стресс-тестов с помощью bash
Написание простых генераторов
20. -fsanitize=address,undefined,bounds -g
valgrind
gdb
21. Makefile

8 Строки #1 Ахо-Корасик

1. Префикс-функция.
2. Z-функция.
3. Поиск тандемных повторов
4. Алгоритм Манакера
5. Бор. Способы хранения: map, unordered_map (один большой), массив, вектор.
6. Сжатый бор. Оценка на глубину $O(\sqrt{S})$.
7. Ахо-Корасик.

9 Графы #1

1. DFS: время входа-выхода и топсорг.
2. Проверка на двудольность.
3. DFS: конденсация.
4. 2-SAT.
5. 0-k BFS (в частности, 0-1 BFS = deque).
6. Дейкстра: базовая и на сети (priority_queue!).
7. Форд-Беллман.
8. Форд-Беллман на очереди.
9. Алгоритм Джонсона.
10. Флойд.
11. Мосты и точки сочленения.
12. Детекция циклов отрицательного веса.
13. Поиск минимального средневзвешенного цикла.

10 Математика #1

1. НОД и НОК.
2. Алгоритм Евклида.
3. Расширенный алгоритм Евклида.
4. Утверждение о том, что алгоритм Евклида для n чисел, не превосходящих C , работает за $O(n + \log C)$.
5. Утверждение о том, что НОД, уменьшаясь, уменьшается хотя бы в 2 раза. Задача поиска количества подотрезков массива с НОД = x для всех актуальных значений x .
6. Обратный по модулю. Критерий существования.
7. Применение расширенного алгоритма Евклида для поиска обратного по произвольному модулю.
8. Нахождение всех делителей числа за $O(\sqrt{n})$.
9. Факторизация за $O(\sqrt{n})$.
10. Быстрое возведение в степень.
11. Малая теорема Ферма.
12. Применение малой теоремы Ферма к поиску обратного по простому модулю.
13. Мультипликативные функции и их свойства.
14. Функция Эйлера и теорема Эйлера.
15. Вычисление функции Эйлера за $O(\sqrt{n})$.
16. Нижняя и верхняя оценка на частичные суммы гармонического ряда.
17. Решето Эратосфена за $O(n \log \log n)$.
18. Решето Эратосфена за $O(n)$.
19. Применение решета Эратосфена для подсчета мультипликативных функций для всех натуральных чисел, не превосходящих n , за $O(n)$.
20. Применение решета Эратосфена для факторизации чисел за $O(\log n)$ с предподсчетом за $O(n)$.
21. Предподсчет всех обратных по простому модулю к числам, не превосходящим n , за $O(n)$. Применение к предподсчету обратных факториалов.

22. Быстрое вычисление биномиальных коэффициентов с предсчетом за $O(n)$.
23. Количество делителей – субполиномиальная функция, практическая оценка $O(n^{1/3})$.
24. Утверждение о том, что количество простых чисел, не превосходящих n , – это $O(n/\log n)$.
25. Задача дискретного логарифмирования и ее решение за $O(\sqrt{n})$ методом meet-in-the-middle.
26. Китайская теорема об остатках.
27. Утверждение о том, что $a \geq b \implies a \bmod b \leq a/2$. Следствие - в результате взятий по модулю мы не можем уменьшить число больше $O(\log C)$ раз.

11 Строки #2

1. Хеши.
2. Хеши мультимножеств.
3. Проверка корневых деревьев на изоморфизм.
4. Парадокс дней рождения.
5. Суффиксный массив за $O(n \log n)$.
6. Подсчет LCP за $O(n)$ в суфмассе.

12 Центроиды

1. Heavy-light decomposition. Объединение HLD и эйлерова обхода.
2. Кеширование префиксов в HLD.
3. Centroid decomposition.
4. Оптимизация меньшее к большему (вариация – отрезай меньшее).
5. Переливания в дереве за $O(h) \implies O(n)$.
6. Обходим маленькие поддеревья дважды.

13 Развлекательный контекст

14 Зачет

15 Тур

16 Графы #2

1. Эйлеровы пути и циклы.
2. Паросочетания. Алгоритм Куна.
3. Лемма Холла
4. Минимальное вершинное покрытие и максимальное независимое множество в двудольных графах.
5. Разбиение DAG на минимальное количество путей.
6. Минимальные остовы.
7. Алгоритм Прима.
8. Алгоритм Крускала.
9. Алгоритм Борувки.
10. Проведение ребер на отрезке.

17 Игры

1. Выигрышные, проигрышные состояния.
2. Теория Шпрага-Гранди.
3. Ретро-анализ.
4. Альфа-бета отсечение.
5. Разрешающие деревья: адаптивная и неадаптивная модели. Задача об угадывании числа, задача о нахождении самого большого числа, задача сортировки сравнениями, задача о проверке на связность.

18 Структуры данных #4

1. Структуры данных с откатами.
2. Персистентный стек.
3. Персистентное ДО.
4. Персистентный СНМ.
5. Персистентное ДД.
6. Сканлайн + персистентность.
Задача о поиске k -й порядковой статистики на отрезке за $O(\log n)$ на запрос.
7. Разделяй-и-властвуй по запросам. Dynamic connectivity problem offline за $O(n \log^2 n)$.

19 Математика #2

1. Определение вероятности. Подсчет простых вероятностей.
2. Условные вероятности.
3. Матожидание. Его линейность.
4. Циклы в перестановках. Четность перестановки через циклы, через инверсии. Обратная перестановка. Композиция перестановок.
5. Поиск числа сложных комбинаторных объектов через динамику: разные виды ПСП, разные разбиения на слагаемые, разные последовательности со странными свойствами (убывающие, возрастающие).
6. Генерация всех комбинаторных объектов в лексикографическом порядке: перестановок, сочетаний, размещений (с повторениями и без), ПСП, убывающие-возрастающие последовательности, разбиения на слагаемые (разные виды).
7. Поиск объекта по номеру. Поиск номера по объекту.
8. Треугольник Паскаля.
9. Бином Ньютона.

20 Геометрия #2

1. Поиск пары пересекающихся отрезков за $O(n \log n)$.
2. Локализация точки в невыпуклом многоугольнике за $O(\log n)$ на запрос.
3. Поиск двух ближайших точек в 2D.
4. Поиск двух ближайших точек в 3D.
5. Вращающийся scanline. Запросы количества точек в полуплоскости. $O(n^2 + q \log n)$. Возможность применения корневой.
6. Сумма Минковского и ее применения.
7. Квадродерево.
8. Проецирование на случайную прямую.
9. Проверка на непустоту пересечения полуплоскостей за $O(n)$.
10. Поиск минимальной покрывающей окружности за $O(n)$.
11. Триангуляция методом отрезания ушей за $O(n^2)$

21 БПФ

1. Битовые свертки: and, or.
2. Мастер-теорема.
3. Алгоритм Карацубы.
4. Введение в комплексные числа. Применение комплексных чисел в геометрии.
5. Быстрое преобразование Фурье.
6. Теоретико-числовое преобразование Фурье.
7. Применение Фурье к решению задач.

22 Интерактивки

23 Поток #2

1. Поиск величины максимального потока в планарном графе.
2. Стоимостные потоки. Форд-Беллман на очереди, Дейкстра с потенциалами.

3. Алгоритм проталкивания предпотока
4. Алгоритм Штор-Вагнера

24 Строки #3

1. Суффиксный автомат.
2. Суффиксное дерево.

25 Матроиды

1. Определение и основные утверждения. Примеры матроидов.
2. Алгоритм Радо-Эдмондса поиска базы минимального веса.
3. Пересечение матроидов.

26 Структуры данных #5

1. Что такое амортизированное время работы?
2. Метод потенциалов.
3. Splay-дерево.
4. Link-cut.

27 Математика #3

1. Теорема Люка.
2. Замечание о том, что количество различных простых делителей крайне мало
3. Функция Мёбиуса.
4. Свертка Дирихле.
5. Первообразный корень и его поиск.
6. Поиск квадратного корня по простому модулю за $O(\log p)$.
7. Алгоритм Миллера-Рабина.
8. Алгоритм Полларда-Ро.

28 Паросочетания

1. Венгерский алгоритм.
2. Алгоритм сжатия соцветий (поиск максимальных паросочетаний в произвольных графах).

29 Зачет