

Яндекс Образование
Курс по олимпиадному программированию
Параллель В

25.07.2023

Содержание

1	DFS 1	3
2	Строки #1	3
3	Строки #2	3
4	C++	3
5	Математика	5
6	Бинарный поиск	6
7	Графы	7
8	Динамическое программирование #1	7
9	Дерево отрезков 1	7
10	Дерево отрезков 2	8
11	Динамическое программирование #2	8
12	DFS 2	8
13	Геометрия 1	8
14	SIMPLEDS	9
15	Зачет	9
16	Корневые	9

17 Игры	9
18 Геометрия 2	9
19 Паросочетания	10
20 TREAT	10
21 PERSISTENCE	10
22 Строки 3	10
23	10

1 DFS 1

1. Простая динамика по дереву. Примеры:
 - a) Поиск количества вершин в каждом поддереве.
 - b) Поиск глубины и самой глубокой вершины в каждом поддереве.
 - c) Поиск максимального по весу паросочетания/независимого множества в дереве.
2. Динамика на DAG'e
3. DFS: время входа-выхода и топсорт.
4. DFS: конденсация.

2 Строки #1

1. Префикс-функция.
2. Z-функция.
3. Бор. Способы хранения: `map`, `unordered_map` (один большой), массив, вектор.
4. Цифровой бор

3 Строки #2

1. Хеш-таблицы. Открытая и закрытая адресации.
2. Хеши.
3. Хеши мультимножеств.
4. Проверка корневых деревьев на изоморфизм.
5. Парадокс дней рождения.
6. 2D хеши
7. Взлом хешей

4 C++

1.

```
ios :: sync_with_stdio(false);
cin.tie(nullptr);
cout.tie(nullptr);
```
2. `cppreference`

3. `scanf printf setprecision` для отформатированного вывода
4. Работа с файлами:
`freopen`
`ifstream, ofstream`
 Бонус: `sstream`
5. `gcd(C++17 - gcd, lcm)`
`min_element, max_element, nth_element`
`merge, sort, stable_sort`
`fill, copy, (C : memset, memcpy)`
`reverse, rotate`
`unique`
`lower_bound, upper_bound, binary_search`
`next_permutation, prev_permutation`
`partial_sum`
6. `pb_ds : ordered_set, gp_hash_table`, быстрый `priority_queue`
7. Лямбда-функции.
8. Компараторы-функторы.
9. range-based for
 Structured binding declaration
10. `#pragma`
11. `define ifdef`
12. `priority_queue::set`
13. `initializer_list`
14. `swap`, его время работы на стандартных контейнерах ($O(1)$)
15. `mt19937, mt19937_64`
`random_device`
`shuffle`
16. `templates, template specialization`
17. Классы, наследование, виртуальные функции
18. AVX
19. Написание стресс-тестов с помощью `python`
 Написание стресс-тестов с помощью `bash`
 Написание простых генераторов
20. `-fsanitize = address, undefined, bounds - g`
`valgrind`
`gdb`
21. `Makefile`

5 Математика

1. Сравнение по модулю и его свойства.
2. НОД и НОК.
3. Алгоритм Евклида.
4. Расширенный алгоритм Евклида.
5. Утверждение о том, что алгоритм Евклида для n чисел, не превосходящих C , работает за $O(n + \log C)$.
6. Утверждение о том, что НОД, уменьшаясь, уменьшается хотя бы в 2 раза. Задача поиска количества подотрезков массива с НОД = x для всех актуальных значений x .
7. Обратный по модулю. Критерий существования.
8. Применение расширенного алгоритма Евклида для поиска обратного по произвольному модулю.
9. Основная теорема арифметики.
10. Нахождение всех делителей числа за $O(\sqrt{n})$.
11. Факторизация за $O(\sqrt{n})$.
12. Быстрое возведение в степень.
13. Малая теорема Ферма.
14. Применение малой теоремы Ферма к поиску обратного по простому модулю.
15. Мультипликативные функции и их свойства.
16. Функция Эйлера и теорема Эйлера.
17. Вычисление функции Эйлера за $O(\sqrt{n})$.
18. Нижняя и верхняя оценка на частичные суммы гармонического ряда.
19. Решето Эратосфена за $O(n \log \log n)$.
20. Решето Эратосфена за $O(n)$.
21. Применение решета Эратосфена для подсчета мультипликативных функций для всех натуральных чисел, не превосходящих n , за $O(n)$.
22. Применение решета Эратосфена для факторизации чисел за $O(\log n)$ с предсчетом за $O(n)$.

23. Предподсчет всех обратных по простому модулю к числам, не превосходящим n , за $O(n)$. Применение к предподсчету обратных факториалов.
24. Быстрое вычисление биномиальных коэффициентов с предподчетом за $O(n)$.
25. Количество делителей – субполиномиальная функция, практическая оценка $O(n^{1/3})$.
26. Замечание о том, что количество различных простых делителей крайне мало
27. Утверждение о том, что количество простых чисел, не превосходящих n , – это $O(n/\log n)$.
28. Китайская теорема об остатках.
29. Утверждение о том, что $a \geq b \implies a \bmod b \leq a/2$. Следствие – в результате взятий по модулю мы не можем уменьшить число больше $O(\log C)$ раз.
30. Треугольник Паскаля.

6 Бинарный поиск

1. Бинарный поиск. Понимание того, что для бинпоиска нужны:
 - а) Монотонная функция.
 - б) Инвариант для границ бинпоиска.
2. Бинарный поиск по ответу. Бинпоиск по ответу в графах.
3. Вещественный бинарный поиск.
4. Утверждение о том, что непрерывная функция, принимающая в одной точке неположительное значение, а в другой – неотрицательное, имеет точку, в которой принимает нулевое значение. Применение бинпоиска для поиска этой точки.
5. Представление бинпоиска как поиска по степеням двойки: сначала пробуем установить самый старший бит в 1, и т.д.
Замечание о том, что можно делать такой поиск и в других системах счисления.
6. Тернарный поиск. Примеры функций, к которым можно применять и к которым нельзя. Замечание о том, что, если функция не меняет своего значение лишь в точках экстремума, к ней все же можно применить тернарный поиск.
7. Бинарный поиск по производной.
8. Интерактивные задачи. flush.

7 Графы

1. Дейкстра: базовая и на сете (priority_queue!).
2. Флойд.
3. Детекция циклов отрицательного веса.
4. Минимальные остовы.
5. Алгоритм Прима.
6. Алгоритм Крускала.
7. СММ.

8 Динамическое программирование #1

1. Рюкзак. Взвешенный/невзвешенный. Число предметов ограничено/не ограничено.
Реализация на двумерном массиве. Реализация на одномерном массиве (храним лишь текущий слой): замечание о том, что решения для ограниченного и неограниченного количества предметов отличаются направлением цикла for.
2. Динамика по последнему взятому элементу: НВП.
3. Динамика по подстрокам/подотрезкам. Примеры:
 - а) Для каждой подстроки строки узнать, является ли она палиндромом; найти количество подпалиндромов; найти максимальный подпалиндром.
 - б) Для выпуклого многоугольника найти триангуляцию минимальной суммарной длины.
4. Динамика по цифрам. Примеры:
 - а) Количество чисел от 1 до n , в которых цифры неубывают.
 - б) Количество чисел от 1 до n , кратных k , в которых цифры неубывают.
5. Рюкзак за $O(S\sqrt{S})$ (два способа), $O(nS/w)$, $O(S\sqrt{S}/w)$.

9 Дерево отрезков 1

1. Дерево отрезков с операцией изменения в точке.
2. Дерево отрезков: поиск подотрезка с максимальной суммой.
3. Спуск по дереву отрезков

10 Дерево отрезков 2

1. Дерево отрезков с групповыми операциями.
2. Сканлайн. Средне.
Задача о нахождении суммы в прямоугольнике.
Задача о поиске точки, покрытой максимальным количеством прямоугольников.
Задача о поиске площади объединения прямоугольников.
Задача о поиске количества различных на отрезке.

11 Динамическое программирование #2

1. Битовые операции: $\&$, $|$, \oplus .
2. Поиск гамильтонова пути за $O(2^n \cdot n^2)$.
3. Перебор всех подмасок данной маски.
4. Оценка 3^n на суммарное количество подмасок для всех масок, меньших 2^n .
5. Поиск максимальной клики за $O(2^{(n/2)})$ методом meet-in-the-middle.
6. SOS-DP

12 DFS 2

1. 2-SAT.
2. Мосты и точки сочленения.
3. Эйлеровы пути и циклы.

13 Геометрия 1

1. Структура вектор.
2. Скалярное и векторное (псевдоскалярное) произведения.
3. Площадь многоугольника.
4. Расстояние от точки до прямой.
5. Проекция точки на прямую.
6. Общее уравнение прямой. Переход от него к двум точкам и наоборот. Вектор нормали.
7. Пересечение прямых.
8. Пересечение отрезков

14 SIMPLEDS

1. Sparse Table.
2. Очередь на двух стеках.
3. Минимум на окне: два стека или дек

15 Зачет

16 Корневые

1. Корневая декомпозиция массива для нахождения функции на отрезке.
2. Корневая на графах: тяжелые и легкие вершины.
3. Алгоритм Мо + корневая как структура для Мо.
4. Split-rebuild и split-merge в корневой.
5. Корневая декомпозиция по запросам.

17 Игры

1. Выигрышные, проигрышные состояния.
2. Теория Шпрага-Гранди.
3. Ретро-анализ.

18 Геометрия 2

1. Алгоритм Джарвиса.
2. Алгоритм Грэхема.
3. Алгоритм Эндрю.
4. Локализация точки в выпуклом многоугольнике за $O(\log n)$ на запрос.
5. Поиск касательных из точки к выпуклому многоугольнику за $O(\log n)$ на запрос.
6. Пересечение прямой с выпуклым многоугольником за $O(\log n)$ на запрос.

19 Паросочетания

1. Паросочетания. Алгоритм Куна.
2. Лемма Холла
3. Минимальное вершинное покрытие и максимальное независимое множество в двудольных графах.
4. Разбиение DAG на минимальное количество путей.

20 TREAP

1. Декартово дерево, декартово дерево по неявному ключу.

21 PERSISTENCE

1. Персистентный стек.
2. Персистентное ДО.
3. Персистентный СНМ.

22 Строки 3

1. Суффиксный массив за $O(n \log n)$.
2. Подсчет LCP за $O(n)$ в суфмассе.

23

1. Дерево Фенвика.
2. Многомерное дерево Фенвика.
3. Heavy-light decomposition. Объединение HLD и эйлерова обхода.
4. Разделяй-и-властвуй по запросам. Dynamic connectivity problem offline за $O(n \log^2 n)$.