

Творческая часть. Уровень – магистратура/специалитет (20 баллов)

Задача 1. Лазерное сверление керамики

(автор – Синёв Д.А., Университет ИТМО)

Лазерная абляция является широко известным производительным способом для высокоточной микрообработки функциональных и конструкционных (в том числе, и неметаллических) материалов. В настоящем задании рассматривается сверление пластины алюмосиликатной керамики под воздействием излучения импульсного волоконного иттербиевого лазера.


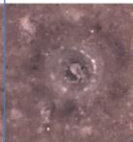
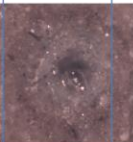
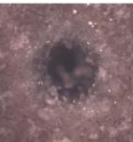
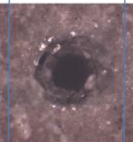
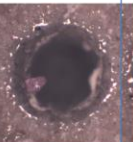
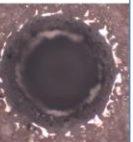








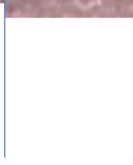



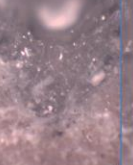
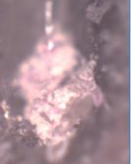
Таблица 1. Основные характеристики материала и излучения

| Алюмосиликатная керамика | |
|---|------|
| Теплопроводность k , Вт/(м·К) | 4 |
| Плотность ρ , кг/м ³ | 3900 |
| Теплоёмкость c , Дж/(кг·К) | 770 |
| Температура плавления $T_{пл}$, °С | 2050 |
| Температура кипения $T_{кип}$, °С | 2900 |
| Теплота испарения $L_{исп}$, кДж/кг | 4770 |
| Отражательная способность R ($\lambda = 1,06$ мкм) | 0.07 |
| Коэффициент поглощения α , м ⁻¹ ($\lambda = 1,06$ мкм) | 690 |
| Источник лазерного излучения | |
| Импульсная плотность мощности $q_{имп}$, ГВт/см ² | 8 |
| Длительность импульса, нс | 200 |
| Частота следования импульсов, кГц | 10 |
| Диаметр лазерного пучка, мкм | 10 |
| Угол схождения излучения при фокусировке, мрад | 25 |

Результаты сверления керамической пластины с помощью лазерного воздействия с различной продолжительностью приведены ниже в таблице 2.

Таблица 2. Зависимость размеров области термического воздействия от длительности лазерного воздействия

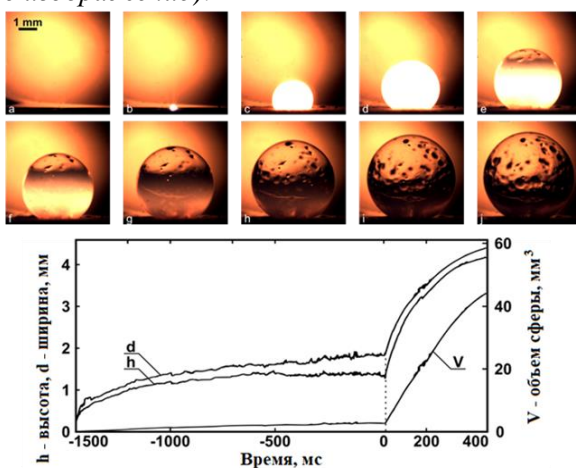
Длительность воздействия:

| 10 мс | 50 мс | 100 мс | 500 мс | 1 с | 5 с | 10 с |
|---|---|---|---|---|--|---|
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| Размеры области термического воздействия: | | | | | | |
| 0,1 мм | 0,47 мм | 0,63 мм | 1,21 мм | 1,5 мм | 2,7 мм | 3,9 мм |

Одним из частных случаев лазерной микрообработки является обработка влажного материала или воздействие на материал под слоем жидкости. В этом случае активное кипение вспомогательной жидкости способствует увеличению выноса аблированного материала и в целом улучшает параметры микрообработки.

В 2016 году группой исследователей при изучении процессов влажной лазерной обработки керамики был обнаружен удивительный эффект: сразу по окончании лазерного воздействия над просверленным отверстием самопроизвольно вырастала прозрачная тонкостенная полая сфера диаметром до 5-7 мм.

Кинетика роста сферы в течение и по окончании лазерного воздействия приведена на рисунках ниже (см. цветное изображение):



Поверхность образца:
 а) до лазерного воздействия;
 б) начало лазерного воздействия;
 в) окончание лазерного воздействия (длительность 1.5 с);
 г-и) 50 мс, 100 мс, 150 мс, 200 мс, 250 мс, 300 мс и 350 мс после окончания воздействия соответственно

Нулевая отметка времени на графике обозначает окончание лазерного воздействия

1. Приведите формулу для определения температуры поверхности керамики на момент окончания лазерного импульса и оцените температуру по окончании одного импульса длительностью 200 нс.
2. Пользуясь двухфазной моделью роста отверстия, вычислите ожидаемое аспектное отношение для отверстия, просверливаемого в керамике за 5 последовательных лазерных импульсов.
3. Определите характер зависимости изменения области термического воздействия, приведенной в таблице 2, и объясните её физический смысл.
4. Приведите принципиальную оптическую схему с ходом лучей лазерного технологического комплекса, с помощью которого возможно осуществление сквозное сверление пластины материала толщиной 5 мм при максимально доступной импульсной (пиковой) плотности мощности лазерного излучения 8 ГВт/см^2 (средняя мощность 50 Вт).
5. Опишите последовательность физических механизмов, приводящих к формированию тонкостенной стеклянной сферы над поверхностью образца по окончании лазерного воздействия.
6. Обоснуйте выбор лазерного источника и режима обработки для осуществления эффективного, производительного и точного сверления отверстия с максимальным аспектным соотношением, при котором появление сфер будет исключено.

РЕШЕНИЕ

Для обоснованного выбора формулы для определения температуры в данном частном случае нагревания керамики излучением импульсного иттербиевого лазера ($\lambda = 1,06 \text{ мкм}$) сравним между собой радиус лазерного пучка r_0 , глубину проникновения света в материал ($1/\alpha$) и толщину прогретого слоя $\sqrt{a\tau}$ (здесь $a = k/\rho c$ - температуропроводность материала). В данном случае $\sqrt{a\tau} \approx 0,5 \text{ мкм}$, $1/\alpha \approx 1,45 \text{ мм}$,

$r_0 = 10$ мкм; $1/\alpha \gg \sqrt{a\tau}$ - значит, материал слабопоглощающий (объёмный источник нагрева), $r_0 \gg \sqrt{a\tau}$ - нагрев импульсный. Температура на поверхности материала в центре пятна может быть в этом случае определена следующим образом:

$$T(t) = \frac{qAt}{\rho c \delta} + T_n,$$

где $A = 1 - R$ - поглощательная способность материала.

Температура на момент окончания импульса длительностью 200 нс составляет около 3421 °С, что превышает температуру испарения керамики, и таким образом осуществляется сверление отверстия. Феноменологическая двухфазная модель роста отверстия при лазерном сверлении предполагает, что аблируемый материал в квазистационарном режиме испаряется со дна кратера и уносится со стенок в виде расплава. Согласно двухфазной модели, глубина отверстия может быть определена как:

$$h = \sqrt[3]{\left(\frac{r_0}{\operatorname{tg} \gamma}\right)^3 + \frac{3P\tau}{\pi \operatorname{tg}^2 \gamma \cdot \rho L_u}} - \frac{r_0}{\operatorname{tg} \gamma},$$

а его диаметр:

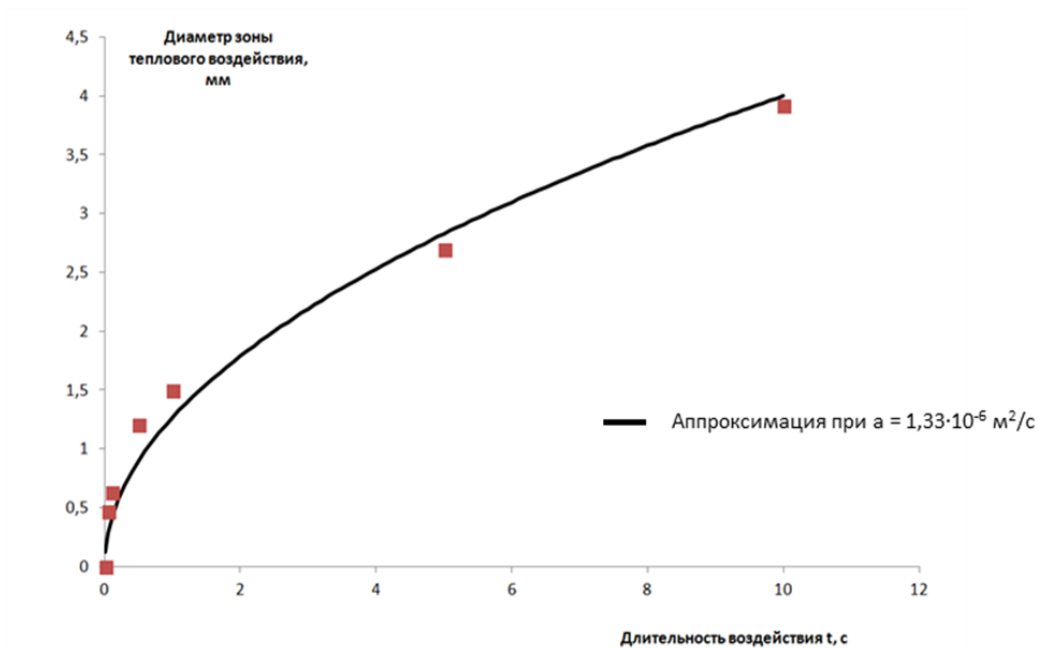
$$d = 2 \cdot \sqrt[3]{r_0^3 + \frac{3P\tau \cdot \operatorname{tg} \gamma}{\pi \rho L_u}},$$

при этом глубина отверстия h , просверливаемого за несколько импульсов N , является аддитивной величиной, а диаметр – нет:

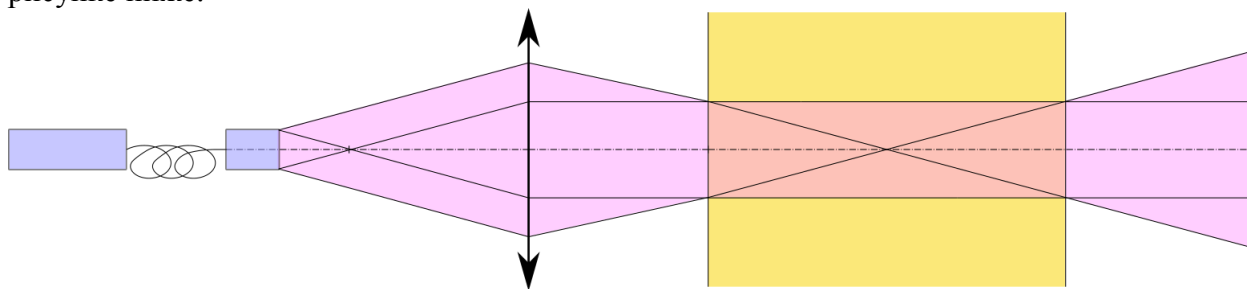
$$h_N = \sum_{i=1}^N h_i, \quad d_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i.$$

Оценки показывают, что в условиях настоящей задачи за один импульс может быть просверлено отверстие глубиной $h = 380$ мкм и диаметром $d = 40$ мкм. Под аспектным отношением понимается отношение глубины отверстия к его диаметру, и при сверлении за 5 последовательных импульсов в данном случае оно может достигать значения порядка 50:1.

Приведенные размеры зоны термического воздействия с течением времени расширяются по корневой зависимости и, очевидно, соответствуют толщине слоя теплопроводностного прогрева $\sqrt{a\tau}$ (с поправкой на импульсность воздействия):

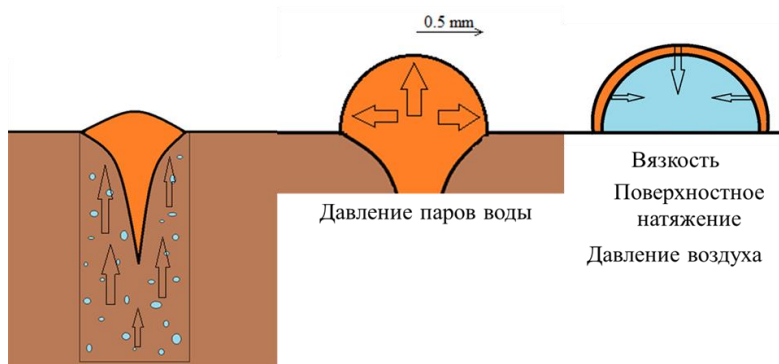


При сверлении отверстия необходимо учитывать расфокусировку излучения, приводящую к снижению плотности мощности в пучке. Для обеспечения прецизионного сверления необходимо обеспечить равномерность значения плотности мощности на переднем фронте роста отверстия (предыдущие оценки проведены для таких условий), которое не должно снижаться ниже порогового значения, определяемого температурой испарения материала. Оценки показывают, что при заданных условиях пороговое значение плотности мощности составляет около $6,7 \text{ ГВт/см}^2$, а глубина фокусировки пучка составит 35 мкм, что даёт ограничение в 70 мкм на предельную глубину отверстия (при расположении фокальной плоскости под поверхностью керамики) при стационарном положении лазерного источника и обрабатываемого образца. Для сохранения паритета плотности мощности по всей толщине 5 мм образца может быть использована система автоматической подстройки фокуса, координатный стол, смещающий образец вдоль оси отверстия, или обработка в режиме цилиндрической «световой трубки», как показано на рисунке ниже.



Поскольку появление сфер при обычном лазерном сверлении ранее не отмечалось, логично предположить, что их формирования связано с наличием вспомогательной жидкости (влажной обработке). Раздувание ванны расплава происходит из-за паров воды, содержащихся в порах керамики. По окончании лазерного воздействия давление паров выталкивает расплав наверх, в то время как вязкость, поверхностное натяжение и давление воздуха сдерживают процесс расширения.

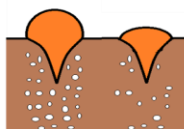
Механизм формирования сферы



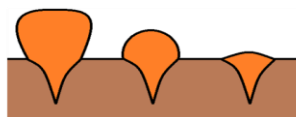
Таким образом, за формирование сферы отвечают не только параметры лазерного излучения, такие как плотность мощности, режим и длительность воздействия, но и характеристики керамического материала (преимущественно, пористость и вязкость расплава). Более подробное описание процесса роста сфер можно найти в *Sinev D.A., et al. Special regime of liquid-assisted laser ablation of ceramics. Appl. Phys. A 122, 546 (2016).* <https://doi.org/10.1007/s00339-016-0093-9>

Основные параметры материала, влияющие на процесс роста сфер

1. Пористость материала



2. Вязкость расплава



Таким образом, для эффективного получения прецизионных отверстий предпочтительным является многоимпульсный режим воздействия, при необходимости – с применением систем автоподстройки фокуса или при обработке в проекционной схеме или в цилиндрической «световой трубке». Сокращение длительности импульсов вплоть до ультракоротких (пико-и фемтосекундных) позволяет уменьшить зону термического воздействия и и снизить количество жидкой фазы при сверлении. Во избежание появления сфер и других необычных дефектов отверстий, лазерное сверление в присутствии жидкости необходимо проводить только на плотных (не пористых) керамиках, имеющих высокое значение вязкости расплава.

Творческая часть. Уровень – магистратура/специалитет (20 баллов)

Задача 2. Телевизионная система кругового обзора

(автор Парко В.Л., АО "Новосибирский приборостроительный завод")

Современные достижения в области улучшения характеристик элементной базы оптоэлектронных приборов позволяют создавать телевизионные системы кругового обзора (ТСКО) без узлов сканирования и с применением только одного матричного фотоприёмного устройства.

1. Предложите эскиз принципиальной оптической схемы такой ТСКО с углом обзора по горизонту 360° , а по вертикали от -10° до $+30^\circ$.
2. Рассчитайте, каким фокусным расстоянием должна обладать оптическая система, максимально эффективно использующая фоточувствительную площадь КМОП-матрицы. В качестве фотоприёмного устройства используется КМОП-матрица с разрешением 4000×3000 пикселей и шагом между пикселями равным 3.5 мкм . Какую форму имеет изображение на КМОП-матрице?
3. Рассчитайте, какой максимальной дальностью распознавания будет обладать ТСКО с рассчитанным фокусным расстоянием при наилучших условиях наблюдения, без учёта влияния aberrаций оптической системы. Расчёт производить для ростовой фигуры человека равной 1.7 м из условия, что для её распознавания необходимо, чтобы изображение человека по высоте на КМОП-матрице составляло не менее 10 пикселей.
4. Как будет влиять бочкообразная дисторсия ТСКО на дальность распознавания? Ответ обосновать.

РЕШЕНИЕ:

Эскизы схем оптических принципиальных могут быть любыми, удовлетворяющими условию задачи. Обзор таких систем с приведением схем оптических представлен в статье «Панорамные системы кругового обзора» (Оптический журнал №6, 2016 г, рисунок 1).

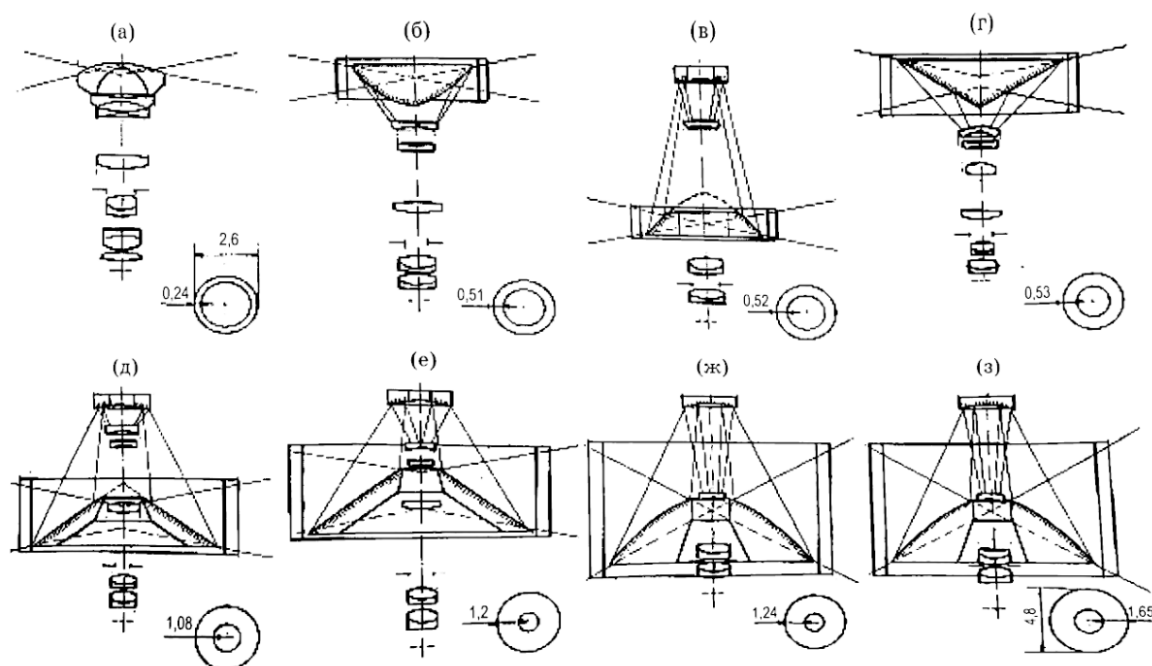


Рисунок 1

2. Изображение на КМОП-матрице будет иметь форму кольца (рисунок 2), в котором размер центральной зоны диаметром c без изображения пространства предметов в ней, зависит от особенностей хода лучей в оптической схеме ТСКО.

Угловое поле таких объективов 2ω состоит из двух слагаемых (рисунок 2):

$$2\omega = 2\omega_s + 2\omega_n,$$

где $2\omega_s$ – экранированная центральная часть углового поля;

$2\omega_n$ – угловое поле, лучи которого участвуют в построении изображения.

Фокусное расстояние объектива вычисляется по известной формуле:

$$f'_{об} = \frac{\frac{b}{2}}{tg(\omega)} = \frac{\frac{b}{2}}{tg(\omega_s + \omega_n)}$$

Максимально эффективно фоточувствительная площадь КМОП-матрицы будет использована в случае, когда диаметр изображения равен наименьшей грани матрицы, а центральная зона c в оптической системе сведена к минимуму, т.е. отсутствует.

Тогда

$$f'_{об} = \frac{b}{2 \cdot tg(\omega_n)}$$

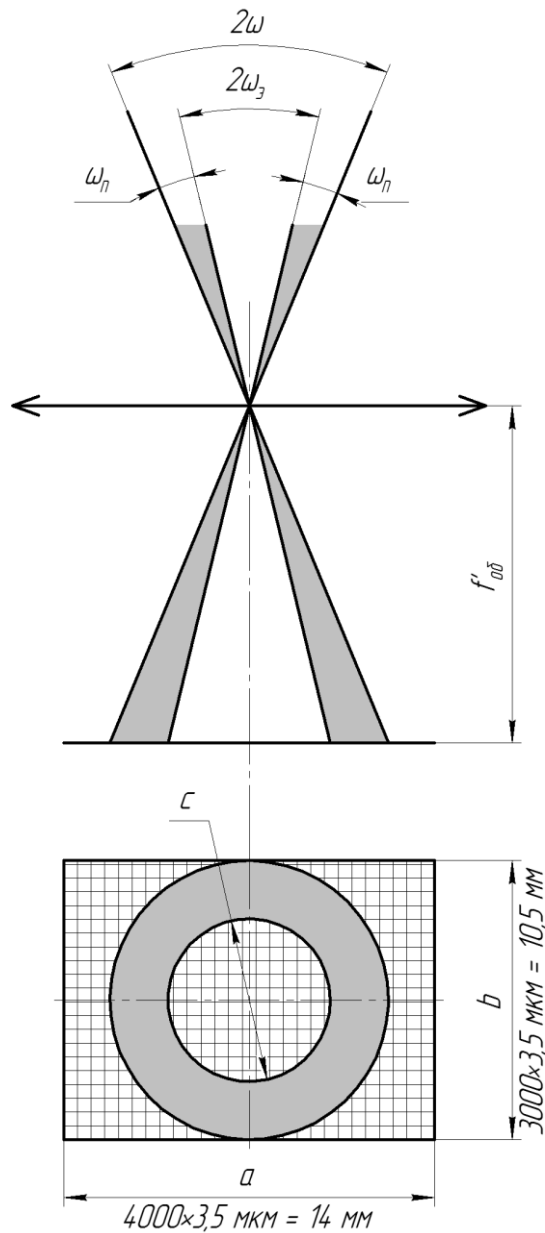


Рисунок 2

Из условия задачи следует, что ω_n равно 40° (диапазон от -10° до $+30^\circ$). Тогда искомое фокусное расстояние

$$f'_{об} = \frac{10,5 \text{ мм}}{2 \cdot \operatorname{tg}(40^\circ)} = 6,26 \text{ мм}$$

3. Так как фокусное расстояние ТСКО мало, а дальность распознавания заведомо больше на несколько порядков, то дальность распознавания L возможно рассчитать из подобных треугольников (рисунок 3) по формуле:

$$L = \frac{h \cdot f'_{об}}{h'}$$

Подставив значения, получим:

$$L = \frac{h \cdot f'_{об}}{h'} = \frac{1,7 \text{ м} \cdot 6,26 \text{ мм}}{0,035 \text{ мм}} \approx 304 \text{ м}$$

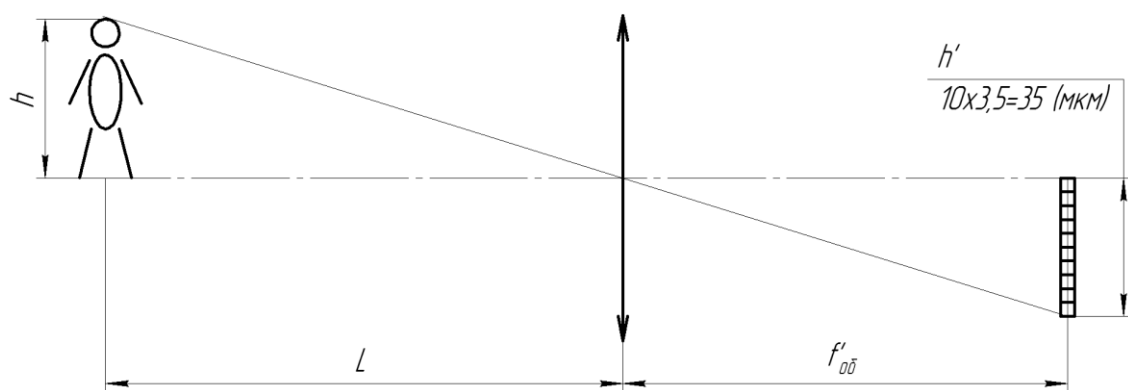


Рисунок 3

4. Бочкообразная дисторсия увеличивает удельную плотность отображения информации, что уменьшает разрешающую способность ТСКО, и как следствие, уменьшает дальность распознавания.

Творческая часть. Уровень – магистратура/специалитет (20 баллов)

Задача 3. Осевая синтезированная голограмма-компенсатор

(автор – Мельников А.Н., АО «НПО «Государственный институт прикладной оптики»)

Одним из методов бесконтактного контроля формы асферических поверхностей оптических деталей является лазерно-голографический метод на основе использования осевых синтезированных голограмм (ОСГ) в качестве оптических компенсаторов.

Как правило, дифракционная структура ОСГ наносится на плоской рабочей поверхности подложки из кварцевого оптического стекла. В процессе формообразования концентрических штрихов дифракционной структуры ОСГ в соответствии с расчетными значениями их радиусов на подложке также формируют специальные узкие контрольные кольца в нескольких зонах световой апертуры ОСГ.

По окончании изготовления ОСГ проводят измерения радиусов этих специальных узких контрольных колец с применением оптических микроскопов и сравнивают с их расчетными значениями. Измеренные погрешности нанесения контрольных колец в совокупности с погрешностями изготовления плоской рабочей поверхности ОСГ пересчитывают в погрешность восстановления заданного геометрического волнового фронта данной изготовленной ОСГ.

Исходные данные:

- рабочая (лазерная) длина волны 0.6328 мкм;
- Измеренные погрешности нанесения контрольных колец приведены в таблице № 1
- Измеренные значения отступления рабочей поверхности подложки ОСГ от плоскостности в диаметральном сечении приведены в таблице № 2.

Таблица № 1

| Текущее значение радиуса световой апертуры ОСГ $R^{ОСГ}$, мм | Текущее значение пространственной частоты ν , мм ⁻¹ | Измеренная погрешность нанесения контрольных колец Δd , мкм |
|---|--|---|
| 20 | 25 | 2,5 |
| 30 | 45 | 2,0 |
| 40 | 50 | 2,0 |
| 50 | 43 | 1,5 |
| 62 | 30 | 1,0 |

Таблица № 2

| Текущее значение радиуса световой апертуры ОСГ $R^{ОСГ}$, мм | Измеренное значение отступления рабочей поверхности подложки ОСГ от плоскостности в диаметральном сечении N , доля длины волны |
|--|--|
| -62 | 0,05 |
| -50 | 0 |
| -40 | -0,05 |
| -30 | 0 |
| -20 | 0,05 |
| 0 | 0,10 |
| 20 | 0,05 |
| 30 | 0,08 |
| 40 | 0,10 |
| 50 | 0,15 |
| 62 | 0,05 |

- 1) Приведите формулу расчета составляющей погрешности восстановления заданного геометрического волнового фронта ОСГ-компенсатора, зависящей от измеренной погрешности нанесения контрольных колец;
- 2) Приведите формулу расчета общей погрешности восстановления заданного геометрического волнового фронта ОСГ-компенсатора, зависящей от измеренной погрешности нанесения контрольных колец и измеренного значения отступления рабочей поверхности подложки ОСГ от плоскостности.
- 3) Рассчитайте общую погрешность восстановления заданного геометрического волнового фронта ОСГ-компенсатора в пределах всего диаметального сечения ОСГ, построив соответствующий график.

РЕШЕНИЕ:

1. Решение выполним в виде 2-х таблиц, указав в них примененные формулы.

Таблица № Р.1

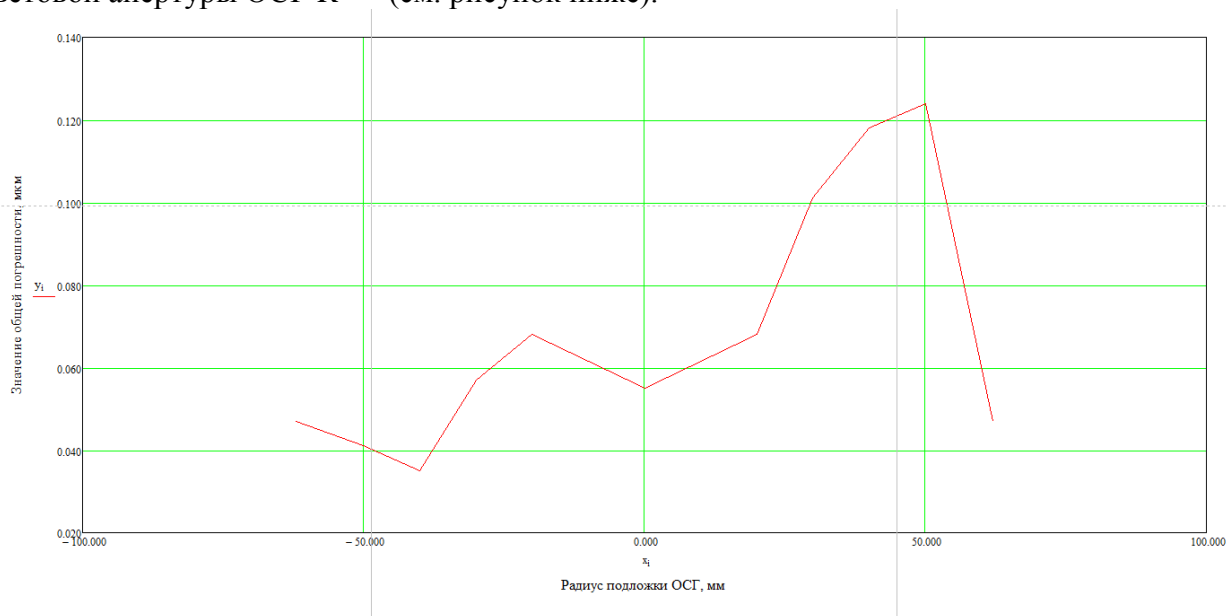
| Текущее значение радиуса световой апертуры ОСГ $R^{ОСГ}$, мм | Текущее значение пространственной частоты ν , мм ⁻¹ | Измеренная погрешность нанесения контрольных колец Δd , мкм | Текущее значение периода d , мкм $d = (1/\nu) \times 1000$ | Составляющая погрешности восстановления заданного геометрического волнового фронта ОСГ-компенсатора ΔW_1 , мкм $\Delta W_1 = (\Delta d/d) \times \lambda$, где $\lambda = 0,6328$ мкм |
|--|---|--|--|---|
| - 62 | 30 | 1,0 | 33,333 | 0,019 |
| - 50 | 43 | 1,5 | 23,256 | 0,041 |
| - 40 | 50 | 2,0 | 20,000 | 0,063 |
| - 30 | 45 | 2,0 | 22,222 | 0,057 |
| - 20 | 25 | 2,5 | 40,000 | 0,040 |
| 0 | 0 | - | ∞ | 0 |
| 20 | 25 | 2,5 | 40,000 | 0,040 |
| 30 | 45 | 2,0 | 22,222 | 0,057 |
| 40 | 50 | 2,0 | 20,000 | 0,063 |
| 50 | 43 | 1,5 | 23,256 | 0,041 |

| | | | | |
|----|----|-----|--------|-------|
| 62 | 30 | 1,0 | 33,333 | 0,019 |
|----|----|-----|--------|-------|

Таблица № Р.2

| Текущее значение радиуса световой апертуры ОСГ $R^{ОСГ}$, мм | Составляющая погрешности восстановления заданного геометрического волнового фронта ОСГ-компенсатора ΔW_1 , мкм $\Delta W_1 = (\Delta d/d) \times \lambda$, где $\lambda = 0,6328$ мкм | Составляющая погрешности восстановления заданного геометрического волнового фронта ОСГ-компенсатора ΔW_2 , мкм, связанная с измеренным значением N $\Delta W_2 = N \times \lambda^*$, где $\lambda^* = 0,55$ мкм | Общая (суммарная) погрешность восстановления заданного геометрического волнового фронта ОСГ-компенсатора ΔW_{Σ} , мкм $\Delta W_{\Sigma} = \Delta W_1 + \Delta W_2$ |
|---|--|---|---|
| - 62 | 0,019 | 0,028 | 0,047 |
| - 50 | 0,041 | 0,000 | 0,041 |
| - 40 | 0,063 | - 0,028 | 0,035 |
| - 30 | 0,057 | 0,000 | 0,057 |
| - 20 | 0,040 | 0,028 | 0,068 |
| 0 | 0 | 0,055 | 0,055 |
| 20 | 0,040 | 0,028 | 0,068 |
| 30 | 0,057 | 0,044 | 0,101 |
| 40 | 0,063 | 0,055 | 0,118 |
| 50 | 0,041 | 0,083 | 0,124 |
| 62 | 0,019 | 0,028 | 0,047 |

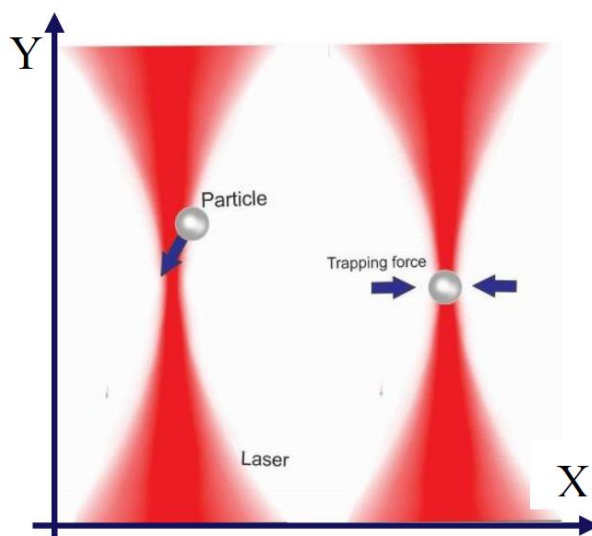
2. Построим график общей погрешности восстановления заданного геометрического волнового фронта ОСГ-компенсатора ΔW_{Σ} в зависимости от радиуса световой апертуры ОСГ $R^{ОСГ}$ (см. рисунок ниже).



Творческая часть. Уровень – магистратура/специалитет (20 баллов)

Задача 4. Оптические пинцет для частиц с характерным размером $d \ll \lambda$ (по мотивам Нобелевской премии в области физики 2018 года)
(авторы – Зинчик А.А., Ефремова Е. А., Университет ИТМО)

Простейшая оптическая ловушка (предложенная Артуром Ашкиным в 1986 году, удостоенная Нобелевской премии в 2018) может быть организована с помощью одного Гауссова пучка (вернее, любого пучка, у которого в перпендикулярном направлении к его оси существует ненулевой градиент вектора электрического поля). Как известно, механизм действия оптической ловушки для частиц с размером намного меньшим длины волны оптического излучения определяется индуцированным дипольным моментом в частице.



Считая, что рассматриваемая частица единственная и представляет собой металлический шарик, радиус которого a , много меньше длины волны света ($a < \lambda/20$):

1. Получите выражение для оценки интенсивности лазерного излучения необходимого для стабильного захвата такой частицы в вакууме, при условии, что частица в начальный момент времени находится на краю зоны перетяжки и ее скорость в поперечном к пучку направлении равна нулю. Магнитным откликом частицы пренебречь, радиус перетяжки Гауссова пучка - w_0 , коэффициент жесткости ловушки - k_0 , считать, что свет линейно поляризован.
2. Оцените максимально допустимые проекции скорости частицы на оси X и Y для того, чтобы осуществить оптический захват при амплитуде E_0 в центре Гауссова пучка.
3. Считая заданными: интенсивность света, размер перетяжки и коэффициент жесткости, оцените размер металлической частицы, который может захвачен ловушкой

РЕШЕНИЕ: (приведено в СГС)

1. Т.к. рассматривается малая Рэлеевская частица, то внешнее поле на масштабах размера частицы в каждый фиксированный момент времени изменяется слабо. Таким образом, амплитуду наведенного дипольного момента можно найти в квазистационарном

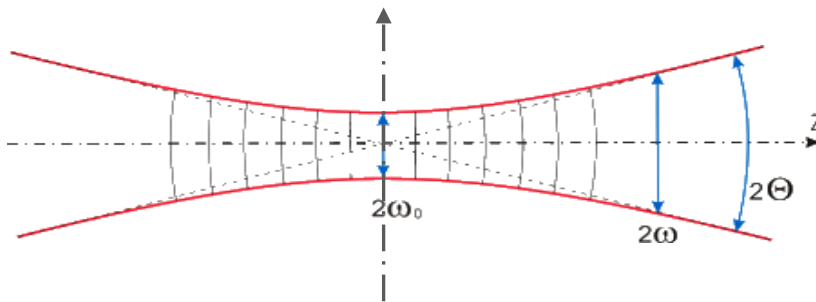
приближении. Т.е. рассмотреть металлический шар в постоянном во времени внешнем поле. Если поле однородно, то дипольный момент шарика хорошо известен.

$$\vec{P} = -a^3 \vec{E}_{out} \quad (1)$$

Так как нам необходимо сделать оценку по минимальной интенсивности поля, для захвата частицы, будем считать, что дипольный момент частицы не изменяется, а в качестве величины внешнего однородного поля возьмём максимальную амплитуду поля, т.е. в центре перетяжки.

2. Для учета временной зависимости в квазистатическом приближении полученную величину на умножить на соответствующую временную экспоненту, но так как нас интересуют медленные по сравнению с оптическими частотами движения, то везде временной множитель с оптическими частотами опускается.

3. В рассматриваемом случае мы имеем гауссов пучок. Будем рассматривать для простоты одномерный случай. Рассмотрим частицу начальное положение, которой находится вблизи центра перетяжки.



Амплитуда поля в этом случае в зависимости от вертикальной координаты X , при условии, что положение частицы по продольной координате Y локализовано вблизи нуля, может быть следующим образом

$$E = E_0 \exp\left\{-\frac{x^2}{\omega_0^2}\right\}, \quad (2)$$

где ω_0 - определяет расстояние от оси пучка, на котором напряженность поля уменьшается в $e \approx 2.72$ раз.

На металлическую Рэлеевскую частицу, находящуюся в зоне перетяжки с примерными координатами будет действовать сила со стороны поля. Причем сила будет состоять из двух частей.

3.1 Сила действующая на диполь в неоднородном поле. Эта сила действует вдоль оси X .

$$\vec{F}_\nabla = -\nabla(\vec{P}, \vec{E}) = -(\vec{P}, \nabla \vec{E}) \quad (3)$$

$$|\nabla E| = \frac{\partial E}{\partial X} = -\frac{2x}{\omega_0^2} E_0 \exp\left\{-\frac{x^2}{\omega_0^2}\right\} \quad (4)$$

И, соответственно, градиентная сила равна

$$|F_\nabla| = a^3 E_0^2 \frac{2x}{\omega_0^2} \exp\left\{-\frac{x^2}{\omega_0^2}\right\} = \frac{8\pi}{c} a^3 I_0 \frac{2x}{\omega_0^2} \exp\left\{-\frac{x^2}{\omega_0^2}\right\} \quad (5)$$

Для линейной поляризации на оси пучка в области перетяжки $I = cE_0^2/8\pi$

3.2 Сила светового давления. В рассматриваемом случае металлического полностью отражающего шарика эта сила, действующая вдоль оси Y , может быть положена равной нулю, в силу того, что на размере частицы поле может считаться однородным, а частицу для оценки можно рассматривать как идеально проводящую. В силу сделанных допущений:

Очевидно, что движение частицы подчиняется второму закону Ньютона, где действующая сила – это сила (5). Для уверенного захвата частица должна оставаться под действием этой

силы внутри перетяжки т.е. амплитуда ее колебаний не должна превышать размер перетяжки. Рассмотрим подробнее уравнение движения.

$$m\ddot{x} = \frac{8\pi}{c} a^3 I_0 \frac{2x}{\omega_0^2} \exp\left\{-\frac{x^2}{\omega_0^2}\right\} \quad (6)$$

При этом, для уверенного захвата частица должна совершать малые колебания, аналогичные малым гармоническим колебаниям груза на пружинке.

$$m\ddot{x} = -kx \quad (7)$$

Т.е. линейно зависеть от x , следовательно, более жесткое условие состоит в том, чтобы x^2/ω_0^2 по порядку величины было намного меньше единица, хотя равно 0.1, тогда вторым членом ряда можно будет пренебречь и уравнение (6) переписывается в виде:

$$m\ddot{x} = \frac{8\pi}{c} a^3 I_0 \frac{2x}{\omega_0^2} \quad (8)$$

5. Сравнивая (7) и (8) получаем для искомой интенсивности

$$I_0 = \frac{ck\omega_0^2}{16\pi a^3} \quad (9)$$

Примечание:

1. если частица находится не вблизи координаты $Y=0$, то для оценки градиентной силы, действующей в направлении распространения Гауссова пучка, необходимо воспользоваться следующей формулой для распределения амплитуд

$$E = E_0 \frac{\omega_0}{\omega} \exp\left\{-\frac{x^2}{\omega^2}\right\}, \quad (10)$$

где

$$\omega^2(Y) = \omega_0^2 \left[1 + \left(\frac{Y\lambda}{\pi\omega_0^2} \right)^2 \right] \quad (11)$$

где λ - длина волны оптического излучения.

2. кроме того, если отказаться от приближения идеального проводника, то рассеивающая сила (сила, обусловленная давлением света) и направления вдоль распространения пучка, рассчитывается по формуле

$$|F_{scatt}| = \frac{I_0 \sigma n_m}{c}, \quad (12)$$

где σ - поперечное рассеяние сферы, n_m - показатель преломления среды.

$$\sigma = \frac{128\pi^5 a^6}{3\lambda^4} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)^2, \quad (13)$$

где m - отношение показателя преломления частицы к показателю преломления среды.

При учете (10) – (13) ход решения остается прежним, но значительно более громоздким, так как речь идет об оценке величины интенсивности, такое усложнение не целесообразно.

2)

1. Как было указано выше, для уверенного захвата частица должна совершать малые гармонические колебания. Опять рассмотрим ситуацию, когда в начальный момент времени частица находилась близ центра перетяжки, и имела только составляющую скорости вдоль оси X - v_0 . Тогда с точностью до фазового множителя колебания должны описываться выражением, определяющего «близость» положения частицы в начальный момент времени

$$x(t) = \omega_0 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right), \quad (14)$$

где m - масса частицы, тогда искомая оценка для начальной скорости будет

$$v_0 = v(0) \leq \omega_0 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (15)$$

2. Для получения оценки Y - составляющей допустимой начальной скорости, необходимо частично повторить рассуждения 1) 3-8 с учетом зависимости (11) и пункт 2) 1.

3)

Для диэлектрических частиц захват может быть осуществлен для различных размеров, как для Рэлеевских частиц, так и для частиц с характерным размером порядка длины волны и больше.

Если рассмотреть частицы больших размеров в приближении геометрической оптики, легко показать, что металлические частицы больших размеров будут выталкиваться из поля, таким образом ответ на этот вопрос фактически разобран в пункте i) 4: «для уверенного захвата частица должна совершать малые колебания, аналогичные малым гармоническим колебаниям груза на пружинке.

$$m\ddot{x} = -kx$$

Т.е. линейно зависеть от x , следовательно, более жесткое условие состоит в том, чтобы x^2/ω_0^2 по порядку величины было намного меньше единица, хотя равно 0.1», т.к. здесь мы фактически задаем точность, при которой применимо квазистатическое приближение. С такой заданной точностью мы можем считать, что размер частицы (x) должен быть меньше, чем ω_0 примерно на порядок. Если учесть, что размер перетяжки примерно равен длине волны при хорошей фокусировке, то

$$a \leq \frac{\omega_0}{10} = \frac{\lambda/2}{10} = \frac{\lambda}{20}, \quad (16)$$

Как и указано в условии задачи